

## ROZDZIAŁ XIX.

### Powstawanie energii pola magnetycznego skutkiem pracy prądu i wytwarzanie pracy prądu z energii pola.

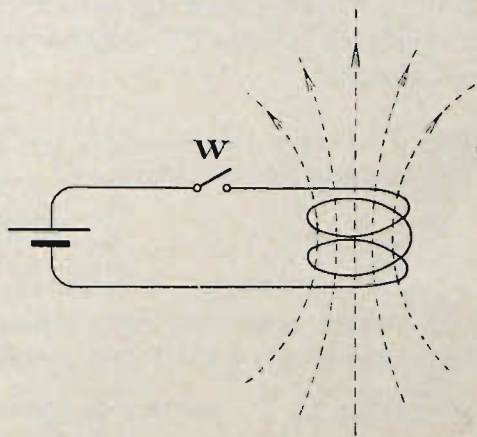
1. Powstawanie i znikanie prądu elektrycznego. Gdy prąd powstaje w obwodzie (rys. 220) w chwili zamknięcia wyłącznika  $w$ , jednocześnie w przestrzeni, otaczającej przewodnik, wytwarza się pole magnetyczne. Pole to zawiera pewien zasób energii, wytworzonej przez pracę prądu, płynącego przeciwko sile elektromotorycznej samoindukcji, która przy powstawaniu prądu skierowana jest wbrew prądowi.

Oznaczmy siłę elektromotoryczną baterji przez  $E$ , siłę elektromotoryczną samoindukcji w chwili  $t$  przez  $E_{st}$ , siłę prądu przez  $i_t$ , współczynnik samoindukcji obwodu przez  $L$ , opór całkowity obwodu wokoło przez  $r$ .

Na zasadzie prawa Ohma:

$$i_t = \frac{E - E_{st}}{r},$$

$$E = i_t \cdot r + E_{st}.$$



Rys. 220.

Mnożąc obie strony równania przez  $i_t \cdot dt$ , otrzymamy równanie, wyrażające przetwarzanie się energii w obwodzie w ciągu czasu  $dt$ :

$$E \cdot i_t \cdot dt = i_t^2 \cdot r \cdot dt + E_{st} \cdot i_t \cdot dt.$$

Znaczenie poszczególnych części tego wzoru jest następujące:

$$E \cdot i_t \cdot dt$$

wyraża energję, dostarczoną przez baterję,

$$i_t^2 \cdot r \cdot dt$$

ciepło Joule'a,

$$E_{st} \cdot i_t \cdot dt$$

oznacza pracę prądu, przetwarzającą się w energję pola magnetycznego.

Z rozdziału VIII wiemy, że:

$$E_{st} = -L \cdot \frac{di_t}{dt},$$

Odpowiadająca tej sile elektromotorycznej praca prądu w ciągu czasu  $t$  będzie:

$$\int_0^t E_{st} \cdot i_t \cdot dt = \int_0^t L \cdot \frac{di_t}{dt} \cdot i_t \cdot dt = \int_0^i L \cdot i_t \cdot di_t = \left[ L \cdot \frac{i_t^2}{2} \right]_0^i \quad ^1).$$

Założmy, że w chwili  $0$   $i_t = 0$ , a w chwili  $t$   $i_t = i$ ; praca omawiana będzie wtedy:

$$L \cdot \frac{i^2}{2}.$$

W ten sposób wyraża się energia pola magnetycznego, wywołanego przez prąd  $i$  w obwodzie, mającym współczynnik samoindukcji  $L$ .

Rozważmy jeszcze przypadek znikania prądu; założmy mianowicie, że obwód (rys. 220) pozostaje zamknięty, lecz źródło prądu przestało działać, czyli jego siła elektromotoryczna stała się równa zero. Wtedy powstanie siła elektromotoryczna samoindukcji zgodna z kierunkiem prądu  $i$ , według prawa Ohma, otrzymamy dla tego obwodu:

$$i_t = \frac{E_{st}}{r},$$

$$E_{st} = i_t \cdot r,$$

$$E_{st} \cdot i_t \cdot dt = i_t^2 \cdot r \cdot dt.$$

Wzór ten wskazuje, że praca siły elektromotorycznej samoindukcji otrzymywana z pola magnetycznego, wytwarza ciepło Joule'a. Tym sposobem przy przerywaniu prądu o sile  $i$  cała energia pola magnetycznego, wywołana przez prąd  $i$  wynosząca  $L \cdot \frac{i^2}{2}$ , powraca do obwodu elektrycznego.

W innych przypadkach, gdy siła prądu tylko się zmienia, część całej energii pola przechodzi do obwodu przy zmniejszaniu się prądu  $i$  i wraca z powrotem do pola, gdy prąd wzrasta.

**2. Wyraz energii, zawartej w polu magnetycznym przez natężenie pola, lub indukcję magnetyczną.** Jest jednak inny jeszcze sposób wyrażenia energii pola magnetycznego, mający w elektrotechnice duże znaczenie. Rozważmy pierścień, wykonany z materiału o przenikliwości magnetycznej  $\mu$ , na którym nawinięto  $n$  zwojów drutu izolowanego (rys. 32). Po drucie przebiega prąd siły  $i_t$  w chwili  $t$ . Długość linii średniej w pierścieniu niech będzie  $l$ , a przekrój poprzeczny  $s$ . Dla otrzymania wzorów możliwie najogólniejszych założmy, że  $\mu$  jest wielkością zmienną i że pierścień jest żelazny. Obwód nie ma wtedy stałego określonego współczynnika samoindukcji i wyznaczenie wzoru pracy, niezbędnej na

<sup>1)</sup> Na znak uwagi nie zwracamy, ponieważ uwzględniliśmy go już poprzednio.



wytworzenie pola magnetycznego, rozpoczniemy od początku, wychodząc z założenia, że praca ta, bądź co bądź, musi równać się pracy prądu elektrycznego, płynącego przeciw sile elektromotorycznej samoindukcji. Oznaczmy tę pracę przez  $A$ . Wtedy:

$$A = \int_0^t E_{st} \cdot i_t \cdot dt.$$

Jeżeli zaś liczbę linji, objętych przez cały obwód w chwili  $t$  oznaczmy przez  $N_t \cdot n$ , gdzie  $N_t$  jest to strumień linji w jednym zwoju, to:

$$E_{st} = n \cdot \frac{dN_t}{dt},$$

$$A = \int_0^t i_t \cdot n \cdot dN_t.$$

Jeżeli żelazo posiadać będzie indukcję  $B_t$ , a natężenie pola zwojnicy równa się  $H$ , to:

$$N_t = B_t \cdot s \quad \text{ i } \quad dN_t = s \cdot dB_t,$$

a z rozdziału VII § 4 wiemy, że dla obwodu magnetycznego, obejmującego zwojnicę, składającą się z  $n$  zwojów, po których płynie prąd  $i$ , istnieje zależność:

$$\int H \cdot dl = 4\pi \cdot ni,$$

o ile całka jest wzięta wzdłuż całej średniej linji magnetycznej wokoło. W przypadku rozważanym  $H$  jest na całej linji średniej wielkością stałą; ponieważ całą długość tej linji oznaczyliśmy przez  $l$ , przeto:

$$H \cdot l = 4\pi \cdot ni,$$

stąd:

$$i = \frac{Hl}{4\pi n},$$

zatem:

$$A = \int_0^t \frac{H_t \cdot l}{4\pi n} \cdot n \cdot s \cdot dB_t$$

albo:

$$A = \frac{l \cdot s}{4\pi} \int_0^B H_t \cdot dB_t,$$

gdzie  $l \cdot s = v$  oznacza objętość żelaza. Mamy więc:

$$A = v \cdot \frac{1}{4\pi} \int_0^B H_t \cdot dB_t,$$

praca zaś, potrzebna do namagnesowania jednostki objętości będzie:

$$A_1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^B H_t \cdot dB_t.$$

W tym przypadku, gdy  $\mu$  jest wielkością stałą, otrzymamy:

$$H_t = \frac{B_t}{\mu}$$

i

$$A_1 = \frac{1}{4\pi} \int_0^B \frac{B_t}{\mu} \cdot dB_t = \frac{1}{8\pi\mu} \cdot \left[ B^2 \right]_0^B$$

czyli:

$$A_1 = \frac{B^2}{8\pi \cdot \mu}.$$

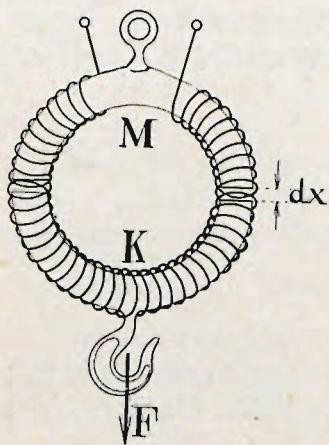
Jest to wyraz energii, zawartej w jednostce objętości pola, które posiada indukcję magnetyczną  $B$ , a przenikliwość magnetyczna ośrodka  $= \mu$ .

Wprowadzając, zamiast indukcji magnetycznej  $B$ , natężenie pola  $H = \frac{B}{\mu}$ , otrzymamy:

$$A_1 = \frac{H^2 \cdot \mu}{8\pi}.$$

Z tego wzoru wynika, że przy tym samym natężeniu pola magnesującego energia pola w żelazie jest znacznie większa, niż w powietrzu.

**3. Siła przyciągania elektromagnesów.** Na podstawie wzorów powyższych można z łatwością określić siłę przyciągającą magnesów lub elektromagnesów. Przedstawmy sobie, że pierścień żelazny (rys. 221) owinięty wokół drutem, magnesuje się za pomocą prądu elektrycznego. W płaszczyźnie poziomej pierścień jest rozcięty na dwie połowy. Górna połowa  $M$  stanowi część nieruchomą elektromagnesu, dolną zaś  $K$  podtrzymują siły przyciągania magnetycznego. Załóżmy, że za pomocą siły zewnętrznej odciągnęliśmy dolną część o tyle, iż utworzyły się z dwóch stron pierścienia szczeliny o nieskończenie małej grubości  $dx$ , a jednocześnie, przez odpowiednie powiększenie siły prądu, indukcja magnetyczna w całym obwodzie pozostała niezmienna. Skutkiem takiego odciągnięcia kotwicy, siła  $F$  wykonała pracę:



Rys. 221.

$$F \cdot dx,$$

a w polu magnetycznym przybyła energia, zawarta w dwóch szczelinach pomiędzy żelaznymi półpierścieniami. Na podstawie wzorów poprzednich wiemy, że energia, zawarta w  $1 \text{ cm}^3$  wynosi w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych:

$$\frac{B^2}{8\pi} \cdot 1)$$

<sup>1)</sup>  $\mu = 1$ , gdyż wzór dotyczy energii istniejącej w szczelinie, wypełnionej powietrzem.



Jeśli przekrój poprzeczny pierścienia oznaczmy przez  $s$ , to objętość obu szczelin będzie:

$$2s \cdot dx,$$

lub oznaczając  $2s$  przez  $S$ :

$$S \cdot dx.$$

Jeśli indukcja magnetyczna w powietrzu jest wszędzie jednakowa, to energia, zawarta w obu szczelinach będzie:

$$\frac{B^2}{8\pi} \cdot S \cdot dx.$$

Na zasadzie prawa zachowania energii, praca mechaniczna siły  $F$  równa się przyrostowi energii w polu magnetycznym, a więc:

$$F dx = \frac{B^2}{8\pi} \cdot S \cdot dx,$$

skąd:

$$F = \frac{B^2}{8\pi} \cdot S.$$

Jest to wzór Maxwella, wyrażający naprężenie wzdłuż strumienia magnetycznego o indukcji (gęstości linii)  $B$  i przekroju poprzecznym  $S$ .

$B$  i  $S$  wyrażamy zazwyczaj w jednostkach bezwzględnych, wówczas  $F$  otrzymujemy w dynach.

Doświadczenie wskazuje, że dla obliczeń praktycznych możemy stosować ten wzór z dokładnością dostateczną do najrozmaitszych rodzajów elektromagnesów i magnesów stałych, z zastrzeżeniem jednak, by szczelina powietrzna była dość wąska w porównaniu z wymiarami szczeliny, prostopadłymi do kierunku linii sił. W przeciwnym razie, zdanie sobie dokładne sprawy z układu linii magnetycznych, a więc i wielkości indukcji  $B$  nastrocza znaczne trudności i wartość praktyczna powyższego wzoru jest niewielka, a nieogłędne stosowanie doprowadza do wyników niezgodnych z doświadczeniem. W wyjątkowych tylko przypadkach przy szerokiej szczelinie powietrznej między kotwicą a rdzeniem elektromagnesu można dość dokładnie zdać sobie sprawę z układu linii sił magnetycznych.

**Przykład.** Pomiedzy dwoma biegunami elektromagnesu a kotwicą mamy pole magnetyczne, w którym indukcja wynosi 10000 c. g. s. Wielkość powierzchni każdego bieguna wynosi  $10 \text{ cm}^2$ . Obliczyć ilość energii, zawartej w centymetrze sześciennym tego pola i siłę przyciągania kotwicy.

Na zasadzie powyższych wzorów energia, zawarta w jednostce objętości pola, będzie:

$$\frac{B^2}{8\pi} = \frac{10000^2}{8\pi} = 3980000 \frac{\text{ergów}}{\text{cm}^3} = 0,0406 \frac{\text{kgm}}{\text{cm}^3},$$

a siła przyciągania wyniesie:

$$\frac{B^2 \cdot S}{8\pi} = \frac{10000^2 \cdot 20}{8\pi} = 79600000 \text{ dyn} = 81,2 \text{ kg}.$$

W praktyce indukcja magnetyczna w wyjątkowych tylko okolicznościach dosięga dwudziestu kilku tysięcy. Załóżmy, że  $B = 20000$ ; wtedy każdy centymetr kwadratowy bieguna przyciągałby z siłą:

$$\frac{20000^2}{8\pi} = 15900000 \text{ dyn} = 16,25 \text{ kg}.$$

4. Siły działające w strumieniu magnetycznym. W poprzednich rozdziałach wielokrotnie posługiwaliśmy się wyobrażeniem Faraday'a o napięciach i ciśnieniach w strumieniu indukcji magnetycznej. Na podstawie wyników rozumowania otrzymanych w paragrafach poprzedzających, możemy je uzasadnić ściśle.

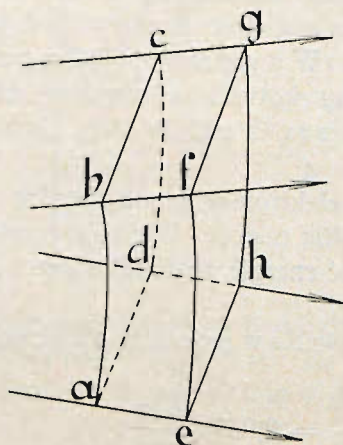
Siły, utrzymujące kotwicę  $K$  (rys. 221) w zetknięciu z podkową  $M$  elektromagnesu, można uważać jako skutek dążenia strumienia indukcji magnetycznej do skrócenia się. Widzimy to wyraźnie na rys. 222, gdzie wskazane są linie indukcji, przenikające kotwicę i podkowę poprzedniego elektromagnesu. Stąd wypływa wniosek, że w każdym strumieniu indukcji działają napięcia, dążące do skrócenia linii. Wielkość tych napięć, działających wzdłuż linii, wyrażamy według paragrafu poprzedniego wzorem:

$$f = \frac{B^2}{8\pi \cdot \mu}.$$

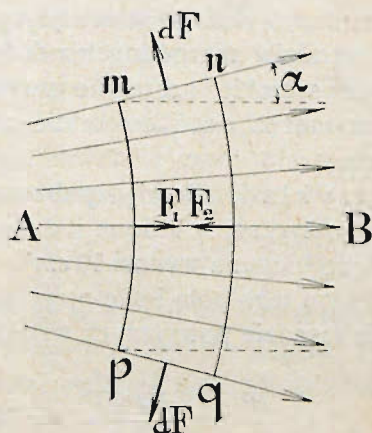
Mając  $B$  w jednostkach c. g. s., znajdziemy  $f$  w dynach na  $cm^2$ .

Oprócz tych napięć, działają jeszcze ciśnienia w poprzek linii. Obecność tych ciśnień możemy udowodnić w sposób następujący.

Wyobraźmy sobie bryłę  $abcdefgh$  (rys. 223), wyciętą ze strumienia in-



Rys. 223.



Rys. 224.

dukcji magnetycznej w ten sposób, że krawędzie  $ae$ ,  $dh$ ,  $cg$  i  $bf$  są zgodne z kierunkiem linii, a powierzchnie  $abcd$  i  $efgh$  są prostopadłe do tego kierunku.



Założmy, że  $bf$  jest równoległe do  $cg$ , a  $ae$  do  $dh$ . Na rys. 224 mamy przekrój tej bryły za pomocą płaszczyzny  $mnpq$ , równoległej do ściany  $abfe$ .

Siły, skracające linie indukcji magnetycznej, wyrażają się dwiema siłami  $F_1$  i  $F_2$ , które stanowią siły wypadkowe odpowiednich sił cząstkowych, działających na ściany  $abcd$  i  $efgh$  bryły. Zakładamy, że na każdej z tych powierzchni indukcja jest we wszystkich punktach jednakowa. Oznaczmy przez  $B_1$  i  $B_2$  indukcje magnetyczne na powyższych ścianach, a przez  $S_1$  i  $S_2$  rzuty tych ścian na płaszczyznę prostopadłą do linii średniej  $AB$ . Przy tych oznaczeniach, opierając się na wzorach paragrafu poprzedniego, będzie:

$$F_1 = \frac{B_1^2 \cdot S_1}{8\pi \cdot \mu}; \quad F_2 = \frac{B_2^2 \cdot S_2}{8\pi \cdot \mu}.$$

Uwzględniając ciągłość strumienia indukcji magnetycznej, otrzymamy: <sup>1)</sup>

$$B_1 \cdot S_1 = B_2 \cdot S_2,$$

więc:

$$B_2 = \frac{B_1 \cdot S_1}{S_2}.$$

Podstawiając tę wartość we wzór dla siły  $F_2$ , otrzymamy:

$$F_2 = \frac{B_1^2 \cdot S_1^2}{8\pi \cdot \mu \cdot S_2}.$$

Z tych wyrazów dla  $F_1$  i  $F_2$  wynika, że:

$$F_1 - F_2 = \frac{B_1^2 \cdot S_1}{8\pi \cdot \mu} \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right).$$

Wzór ten wskazuje, że siła  $F_1$  jest większa od siły  $F_2$ , ponieważ  $S_1 < S_2$ , jak to widać z rysunku. Przy ustalonym jednak układzie linii pola magnetycznego przyjąć należy, że siły wewnętrzne w strumieniu magnetycznym są w równowadze. Uzmysłować to sobie można, porównyując rozważany przykład ze skrzynką szczelną, wypełnioną parą. Ciśnienia pary na ścianki takiej skrzynki są zawsze zrównoważone, tak że skrzynka pod wpływem tych sił poruszać się nie może. Przez analogję twierdzimy, że i bryła, wycięta ze strumienia indukcji magnetycznej powinna wytwarzać zespół sił, znajdujących się w równowadze. Przyjmując, że mogą tu istnieć tylko siły prostopadłe do ścian bryły, łatwo zauważymy, że siły, działające na ściany  $abfe$  i  $dceg$ , nie dadzą składowych, które mogłyby zrównoważyć się z różnicą sił  $F_1 - F_2$ . Składową, równoważącą tę różnicę, otrzymamy od sił, działających na ściany  $bcfg$  i  $adhe$ , jeżeli założymy, że na te ściany działają ciśnienia, skierowane na zewnątrz. Oznaczmy te ciśnienia przez  $f$ . Następnie, przez  $a$  oznaczmy wymiar  $bc$  bryły, przez  $dl$  — wymiar  $bf = mn$ , przyjmując, że jest on nieskończenie mały, a przez  $\alpha$  kąt pomiędzy kierunkiem  $mn$  i  $AB$ . Wtedy siłę, działającą na każdą z dwóch ścian  $bcfg$  i  $adhe$  wyrazimy za pomocą wzoru:

$$dF = f \cdot a \cdot dl.$$

<sup>1)</sup> Na podstawie twierdzeń geometrycznych łatwo spostrzedz, że rzuty ścian  $abcd$  i  $efgh$  mają się do siebie, jak pola tych ścian.

Siły  $F_1$ ,  $F_2$  i dwie siły  $dF$  są w równowadze, więc algebraiczna suma ich rzutów na kierunek  $AB$  równa się zeru:

$$F_1 - F_2 - 2 dF \cdot \sin \alpha = 0.$$

Podstawiając odpowiednie wartości, otrzymamy:

$$\frac{B_1^2 \cdot S_1}{8 \pi \cdot \mu} \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) - 2 f a dl \cdot \sin \alpha = 0.$$

Z rysunku widzimy, że:

$$S_2 - S_1 = 2 a dl \cdot \sin \alpha.$$

Po podstawieniu tego wyrazu w powyższe równanie, otrzymamy:

$$\frac{B_1^2 \cdot S_1}{8 \pi \cdot \mu} \cdot \frac{2 a dl \cdot \sin \alpha}{S_2} - 2 f a dl \cdot \sin \alpha = 0.$$

stąd:

$$f = \frac{B_1^2 \cdot S_1}{8 \pi \cdot \mu \cdot S_2} = \frac{B_1^2 \cdot S_1}{8 \pi \cdot \mu \cdot (S_1 + 2 a dl \cdot \sin \alpha)}.$$

Przyjmując pod uwagę, że  $2 a dl \cdot \sin \alpha$  jest wielkością nieskończenie małą, która znika wobec wielkości  $S_1$ , będziemy mieli:

$$f = \frac{B^2}{8 \pi \cdot \mu}.$$

Wzór ten wyraża ciśnienia, istniejące w strumieniu magnetycznym, skierowane wpoprzek linii. Strumień magnetyczny rozpręża się w tym kierunku. Uwzględniając własności strumienia magnetycznego, polegające na kurczeniu się wzdłuż linii i na rozprężaniu się wpoprzek linii, można z łatwością wyznaczyć kierunek ruchu przewodników z prądem i różnych magnesujących się ciał, umieszczonych w polu magnetycznym, o ile zdołamy dokładnie przewidzieć układ linii indukcji pola.



## ROZDZIAŁ XX.

### Przeniesienie pracy prądu elektrycznego z jednego obwodu na drugi.

1. **Cechy zasadnicze zjawiska.** Mamy dwa obwody elektryczne (rys. 225), z których jeden posiada źródło prądu  $Z$ . Obwód ze źródłem prądu będziemy nazywali obwodem pierwotnym, a obwód drugi — wtórnym. Jeżeli w obwodzie pierwotnym przebiega prąd stały, to pole magnetyczne, wywołane przez ten prąd, jest niezmiennie, i żadnego wpływu jednego obwodu na drugi nie spostrzegamy. Inaczej się sprawa przedstawia, gdy prąd zmienia się w obwodzie pierwotnym.

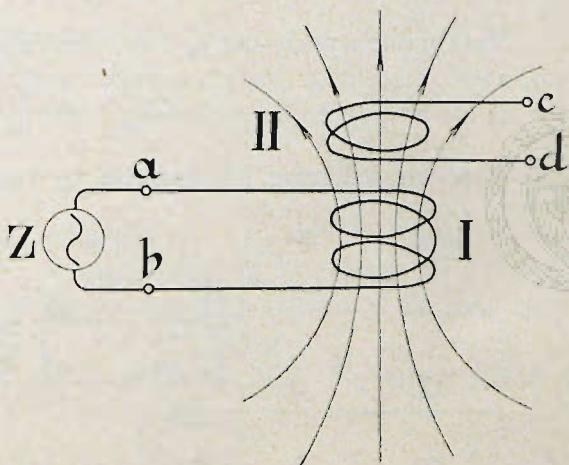
Rozważmy narazie przypadek, wskazany na rys. 225, gdzie obwód wtórny jest otwarty. Część linii sił magnetycznych, wywołanych przez prąd w obwodzie pierwszym, obejmą zwoje wtórne. Założmy, że każdy zwój obejmuje jednakową liczbę linii  $N_t$  i że liczba zwojów wynosi  $n_2$ , wtedy

wobec zmienności prądu zmieniać się będzie również strumień magnetyczny,<sup>1)</sup> a więc w obwodzie wtórnym powstanie siła elektromotoryczna (patrz rozdz. XVIII):

$$E_{2t} = - \frac{dN_t}{dt} \cdot n_2.$$

Ponieważ obwód jest przerwany, napięcie  $e_{2t}$  na zaciskach  $cd$  będzie równać się sile elektromotorycznej:

$$e_{2t} = E_{2t} = - \frac{dN_t}{dt} \cdot n_2.$$



Rys. 225.

<sup>1)</sup> Możemy zapatrywać się na to zjawisko jako na ruch linii magnetycznych względem przewodników.

Napięcie na zaciskach zwojnicy pierwotnej —  $e_1$  znajdziemy, uwzględniając opór w zwojnicy pierwotnej  $r_1$  i siłę elektromotoryczną samoindukcji —  $E_{st}$ , która tam powstaje; prąd niech będzie  $i_{0t}$ . Z prawa Ohma wynika, że w tym razie:

$$e_{1t} = i_{0t} \cdot r_1 - E_{st}.$$

Założmy, że każdy zwój zwojnicy pierwotnej obejmuje  $N'_t$  linij magnetycznych; gdy więc zwojnica będzie miała  $n_1$  zwojów, otrzymamy:

$$E_{st} = - \frac{dN'_t}{dt} \cdot n_1,$$

zatem:

$$e_{1t} = i_{0t} \cdot r_1 + \frac{dN'_t}{dt} \cdot n_1.$$

Gdy zwojnice znajdują się bardzo blisko siebie, np. gdy jedna wstawiona jest w drugą, to można przyjąć, że  $N' = N$ , pozatem  $i_{0t} \cdot r$ , często bywa bardzo małe w porównaniu do  $e_{1t}$ , wtedy w przybliżeniu wypada, że:

$$e_{1t} = \frac{dN_t}{dt} \cdot n_1.$$

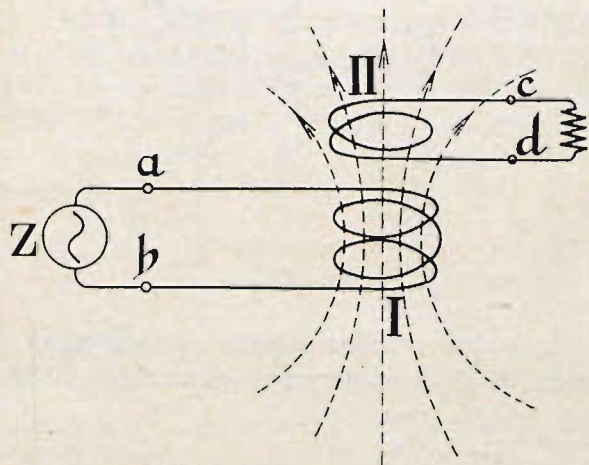
Zestawiając wyrazy dla  $e_1$  i  $e_2$ , otrzymamy:

$$\frac{e_{1t}}{e_{2t}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Wzór ten wskazuje, że napięcia na tych zwojnicach są proporcjonalne do liczby zwojów zwojnic. Stosunek liczby zwojów tych zwojnic nazywamy spółczynnikiem transformacji.

Rozważmy teraz, co zajdzie w obwodach, gdy obwód wtórny zamkniemy (rys. 226).

W obwodzie tym powstaje prąd  $i_{2t}$ , którego kierunek według prawa Maxwell'a będzie taki, że prąd dąży do zniesienia zmiany strumienia magnetycznego, jeżeli więc np. strumień wzrasta pod wpływem wzrastającego prądu pierwotnego, to magneto-



Rys. 226.

motoryczna siła prądu wtórnego będzie osłabiać strumień magnetyczny. Skutkiem tego siła elektromotoryczna samoindukcji w obwodzie pierwotnym będzie słabsza i pierwotny prąd będzie silniejszy od tego, który przebiegałby w tym obwodzie przy otwartej wtórnej zwojnicy.

W ten sposób przez pole magnetyczne pewna ilość energii przeniesie się z obwodu pierwotnego do wtórnego. Oznaczmy nowy prąd w pierwotnym obwo-



dzie przez  $i_{1t}$  i nową siłę elektromotoryczną przez  $E'_{st}$ . Wtedy według prawa Ohma:

$$e_{1t} = i_{1t} \cdot r - E'_{st}.$$

Jeżeli pomnożymy obie części równania przez  $i_{1t}$  i uwzględnimy, że siła elektromotoryczna samoindukcji przy wzrastaniu prądu jest odwrotna względem kierunku prądu, to otrzymamy:

$$e_{1t} \cdot i_{1t} = i_{1t}^2 \cdot r + E'_{st} \cdot i_{1t}.$$

Moc  $E'_{st} \cdot i_{st}$  możemy przekształcić. Zakładamy, że strumień magnetyczny  $N_t$  obejmują jednocześnie zwoje pierwotnej i wtórnej zwojnicy. Strumień ten istnieje pod wpływem dwóch sił magnetomotorycznych pierwotnej i wtórnej zwojnicy, jeżeli więc oznaczmy przez  $R$  opór magnetyczny obwodu strumienia  $N_t$ , to możemy napisać wzór:

$$N_t = \frac{1,25 (n_1 \cdot i_{1t} - n_2 \cdot i_{2t})}{R}.$$

Założmy:

$$n_1 \cdot i_{1t} - n_2 \cdot i_{2t} = n_1 \cdot i'_{1t}.$$

Prąd  $i'_{1t}$  możemy nazwać prądem magnesującym zwojnicy pierwotnej, a  $i_{1t}'' = i_{1t} - i'_{1t}$ , prądem roboczym. Wtedy równanie energetyczne będzie miało postać:

$$e_{1t} \cdot i_{1t} = i_{1t}^2 \cdot r + E'_{st} \cdot i'_{1t} + E'_{st} \cdot i''_{st}.$$

Wzór ten wskazuje wyraźnie, że moc prądu  $e_{1t} \cdot i_{1t}$ , dostarczona do zwojnicy pierwotnej, w ilości  $i_{1t}^2 \cdot r$  przechodzi w ciepło Joule'a w drutach tej zwojnicy, w ilości  $E'_{st} \cdot i'_{st}$  <sup>1)</sup> zamienia się w energię pola magnetycznego, a  $E'_{st} \cdot i_{1t}''$  przechodzi do obwodu wtórnej.

Na podstawie poprzednich wzorów wyraz mocy  $E'_{st} \cdot i''_{1t}$  łatwo jest przekształcić. Ze wzoru dla amperozwojów wynika, że:

$$n_2 \cdot i_{2t} = n_1 \cdot i_{1t} - n_1 \cdot i'_{1t},$$

albo:

$$i_{2t} = \frac{n_1}{n_2} (i_{1t} - i'_{1t}) = \frac{n_1}{n_2} \cdot i''_{1t},$$

a więc:

$$i''_{1t} = \frac{n_2}{n_1} \cdot i_{2t}.$$

Siłę elektromotoryczną  $E'_{st}$  można wyrazić przez taką siłę, powstającą w zwojnicy wtórnej  $E_{2t}$ , mając na względzie, że obie siły elektromotoryczne wywołuje ten sam strumień magnetyczny, lecz w zwojnicach o różnej liczbie zwojów:

$$E'_{st} = \frac{E_{2t}}{n_2} \cdot n_1.$$

<sup>1)</sup> Patrz rozdział XIX.

Z tych wzorów wynika, że:

$$E_{st}' \cdot i_{1t}'' = \frac{E_{2t}}{n_2} \cdot n_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot i_{2t} = E_{2t} \cdot i_{2t}.$$

Iloczyn  $E_{2t} \cdot i_{2t}$  wyraża moc prądu w zwojnicy wtórnej.

Zasługuje tu jeszcze na szczególną uwagę wzór:

$$i_{1t}'' = \frac{n_2}{n_1} \cdot i_{2t}.$$

Gdy obie zwojnice nawiniemy na żelazie i obwód magnetyczny zamkniemy, to z powodu małego oporu magnetycznego,  $i_{2t}'$  wypada bardzo małe i w przybliżeniu możemy wtedy przyjąć, że:

$$i_{1t} = i_{1t}'',$$

wówczas:

$$\frac{i_{1t}}{i_{2t}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Wzór ten wskazuje, że prądy, powstające w zwojnicach, są odwrotnie proporcjonalne do liczby zwojów zwojnic.

**2. Spółczynnik indukcji wzajemnej.** Przy rozważaniu działania indukcyjnego dwóch obwodów na siebie, posługujemy się nieraz pojęciem współczynnika indukcji wzajemnej, który jest analogiczny do współczynnika samoindukcji i wyraża się w tych samych jednostkach.

Założmy np., że obwód drugi (rys. 226) obejmuje  $N$  linii magnetycznych, wytworzonych przez obwód pierwszy. Liczba  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_n$ , jeżeli obwód wtórny ma  $n$  zwojów a  $N_1, N_2$  i t. d. są liczbami linii magnetycznych, objętych przez każdy zwój. Liczba linii  $N$  jest proporcjonalna do  $i_1$ ; oznaczymy współczynnik proporcjonalności przez  $M$ , wtedy:

$$N = M \cdot i_1.$$

Gdy  $N$  zmienia się, to w obwodzie drugim powstaje siła elektromotoryczna:

$$E_2 = - \frac{dN}{dt}$$

czyli:

$$E_2 = - \frac{d(M \cdot i_1)}{dt}.$$

O ile obwód magnetyczny, w którym przebiega strumień  $N$ , posiada opór przeważnie w powietrzu, to  $M$  jest stałe i:

$$E_2 = - M \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

Spółczynnik  $M$  nazywamy **współczynnikiem indukcji wzajemnej**.

Liczebnie równa się on ilości linii, wywołanych przez jednostkę siły prądu w zwojnicy pierwszej, a objętych przez obwód zwojnicy drugiej. Można łatwo



stwierdzić przez rozumowanie, że współczynnik indukcji wzajemnej zwojnicy pierwszej względem drugiej i naodwrot, współczynnik indukcji wzajemnej zwojnicy drugiej względem pierwszej, są jednakowe.

Oznaczmy jeden współczynnik przez  $M_1$ , a drugi przez  $M_2$  i założmy, że w pierwszym przypadku rozważamy siłę elektromotoryczną, powstającą w drugiej zwojnicy pod wpływem pierwszej, a w drugim przypadku — w pierwszej zwojnicy pod wpływem drugiej; następnie założmy, że w jednej zwojnicy płynie stały prąd  $i_1$ , a w drugiej stały prąd  $i_2$ . Liczba linii sił, wywołanych przez zwojnicę pierwszą i objętych przez wszystkie zwoje drugiej, wyrażamy wzorem:

$$M_1 \cdot i_1.$$

Gdybyśmy zwojnicę drugą usunęli na nieskończenie wielką odległość od zwojnicy pierwszej, to wszystkie te linie wyszłyby z obwodu tej zwojnicy, i według rozdziału XVIII-go praca wykonana przy tym przesuwaniu wyniosłaby:

$$M_1 \cdot i_1 \cdot i_2.$$

Moglibyśmy wykonać tę samą pracę, odsuwając pierwszą zwojnicę od drugiej. Wtedy wyraz tej pracy byłby inny.

Liczbę linii sił, wywołanych przez zwojnicę drugą, a objętych przez zwoje pierwszej wyrażamy wzorami:

$$M_2 \cdot i_2.$$

Praca więc, wykonana przy odsuwaniu pierwszej zwojnicy do nieskończoności, wyniesie:

$$M_2 \cdot i_2 \cdot i_1.$$

Ponieważ te dwa wzory wyrażają jedno i to samo, zatem:

$$M_1 \cdot i_1 \cdot i_2 = M_2 \cdot i_2 \cdot i_1,$$

stąd:

$$M_1 = M_2.$$

Współczynnik więc indukcji wzajemnej dwóch obwodów określa jednocześnie wpływ obwodu pierwszego na drugi i drugiego na pierwszy.

Rozważmy jeszcze dokładniej jeden przypadek szczególny.

Założmy, że oba obwody są tak ustawione, by wszystkie linie, objęte przez pierwszą zwojnicę, objęła również zwojnica druga i naodwrot. <sup>1)</sup> Oznaczmy następnie przez  $N_1$  strumień magnetyczny, wywołany przez prąd pierwszej zwojnicy, gdy siła tego prądu równa się jednostce, a przez  $N_2$  strumień magnetyczny, wywołany przez prąd drugiej zwojnicy, gdy siła jego też równa się jednostce. Liczba zwojów pierwszej zwojnicy niech będzie  $n_1$ , a drugiej  $n_2$ .

Wtedy strumień magnetyczny, wywołany przez jednostkę prądu pierwszej zwojnicy, i objęty przez obwód drugiej zwojnicy, która ma  $n_2$  zwojów, będzie:

$$N_1 \cdot n_2.$$

---

<sup>1)</sup> Praktycznie można to osiągnąć tylko w przybliżeniu.

Iloczyn ten jest współczynnikiem wzajemnej indukcji zwojnicy pierwszej względem drugiej.

Liczba linii magnetycznych, wywołanych przez jednostkę prądu w zwojnicy drugiej, a objęta przez obwód zwojnicy pierwszej, będzie:

$$N_2 \cdot n_1.$$

Jest to współczynnik wzajemnej indukcji zwojnicy drugiej względem pierwszej.

Oba te współczynniki są sobie równe, gdyż liczby linii  $N_1$  i  $N_2$  są wprost proporcjonalne do liczby zwojów odpowiedniej zwojnicy; każdy z dwóch powyższych współczynników równa się więc pewnej stałej, pomnożonej przez iloczyn liczb zwojów obu zwojnic. Oznaczmy tę stałą przez  $K$ ; wtedy:

$$N_1 \cdot n_2 = K \cdot n_1 \cdot n_2,$$

$$N_2 \cdot n_1 = K \cdot n_2 \cdot n_1.$$

Wielkość  $K$  zależy tu od oporu magnetycznego, który w obu przypadkach jest ten sam.

Oznaczmy współczynnik indukcji wzajemnej przez  $M$ ; wtedy:

$$M = N_1 \cdot n_2 = N_2 \cdot n_1.$$

Współczynniki samoindukcji z łatwością można też wyrazić, pamiętając, że liczebnie jest to ilość linii, objętych przez dany obwód, gdy po tym obwodzie przepływa prąd, którego siła równa się jednostce.

Dla pierwszej zwojnicy współczynnik samoindukcji będzie:

$$L_1 = N_1 \cdot n_1,$$

dla drugiej zaś zwojnicy:

$$L_2 = N_2 \cdot n_2.$$

Z powyższych równań wynika, że:

$$M^2 = N_1 \cdot N_2 \cdot n_1 \cdot n_2,$$

$$L_1 \cdot L_2 = N_1 \cdot n_1 \cdot N_2 \cdot n_2,$$

skąd:

$$M^2 = L_1 \cdot L_2,$$

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

Gdy zwojnice są tak ustawione, że nie wszystkie linie sił, wywołane przez jedną zwojnicę, przechodzą przez drugą, liczba linii w wyrazach dla współczynnika indukcji wzajemnej jest mniejszą od liczby linii w wyrazach dla samoindukcji i wtedy:

$$M < \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

W ten sposób  $\sqrt{L_1 \cdot L_2}$  wyraża największą wartość teoretyczną współczynnika wzajemnej indukcji dwóch zwojnic. Wartość ta w praktyce nigdy nie może być osiągnięta, ponieważ, ustawiając zwojnice nawet jaknajbliżej obok siebie, nie zdołamy osiągnąć tego, aby wszystkie linie sił, wywołane w jednej zwojnicy, przeszły do wnętrza drugiej.



Gdy współczynnik indukcji wzajemnej zbliża się do największej swej wartości  $\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ , mówimy, że takie obwody są sprzęgnięte dokładnie lub sztywno.

Wogóle, wielkość współczynnika indukcji wzajemnej dwóch zwojnic zależy tylko od cech geometrycznych budowy zwojnic, od ich położenia względem siebie i od własności magnetycznych ciał, otaczających oba obwody.

**3. Przeniesienie pracy prądu z jednego obwodu na drugi przy prądach zmiennych sinusoidalnie.** Rozważmy układ dwóch zwojnic (rys. 225). Jeżeli obwód zwojnicy wtórnej nie jest zamknięty, to w tych warunkach niema ona żadnego wpływu na zwojnicę pierwotną i, według rozdz. XIII § 5, wartość czynna prądu w zwojnicy pierwotnej wyrazi się wzorem:

$$i_0 = \frac{e_1}{\sqrt{r_1^2 + (z \pi L_1)^2}}.$$

Prąd spóźnia się w fazie względem napięcia o kąt  $\varphi$ , którego tangens wyraża się wzorem:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z \pi L_1}{r_1}.$$

W zwojnicy wtórnej powstaje tylko siła elektromotoryczna indukcji. Wielkość tej siły elektromotorycznej  $E_2$  możemy wyrazić w bardzo prosty sposób za pomocą współczynnika indukcji wzajemnej. Z tego, co wiemy o tym współczynniku, wypada, że:

$$E_{2t} = -M \cdot \frac{di_{0t}}{dt}.$$

Jeżeli zmienność prądu wyrazi się wzorem:

$$i_{0t} = \bar{i}_0 \cdot \sin \frac{2 \pi t}{T},$$

to siła elektromotoryczna zwojnicy wtórnej będzie:

$$E_{2t} = -M \cdot \frac{2 \pi}{T} \cdot \bar{i}_0 \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Stąd dla wartości czynnych otrzymamy wzór:

$$E_2 = M \cdot \frac{2 \pi}{T} \cdot i_0 = i_0 \cdot z \pi M.$$

Oznaczmy przez  $e_2$  napięcie na końcówkach zwojnicy wtórnej. Prądu w tej zwojnicy niema, więc:

$$e_2 = E_2 = i_0 \cdot z \pi M.$$

Dla zwojnicy pierwotnej:

$$e_1 = i_0 \cdot \sqrt{r_1^2 + (z \pi L_1)^2}.$$

Jeżeli  $r_1$  jest bardzo małe w porównaniu z  $\approx \pi L_1$ , to:

$$e_1 = i_0 \cdot \approx \pi L_1.$$

Ze wzorów dla  $e_2$  i  $e_1$  otrzymujemy:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{L_1}{M}.$$

Jeżeli zwojnice znajdują się bardzo blisko jedna drugiej i mają liczbę zwojów jednakową, to w przybliżeniu:

$$L_1 = M,$$

a więc:

$$e_1 = e_2.$$

Jeżeli zaś zwojnicę wtórną odsuniemy od pierwotnej, to:

$$L_1 > M,$$

a stąd:

$$e_1 > e_2.$$

Że tak być musi, łatwo zrozumieć, mając na uwadze, że przy odsuwaniu zwojnicy wtórnej coraz mniejszą część strumienia magnetycznego, wywołanego przez zwojnicę pierwszą, obejmuje zwojnica druga.

Rozważmy jeszcze przypadek, w którym zwojnica wtórna znajduje się bardzo blisko względem pierwotnej, a liczby zwojów są nierówne: w pierwszej liczba ta wynosi  $n_1$ , a w drugiej —  $n_2$ . Przez  $N_1$  oznaczmy strumień magnetyczny, wywołany przez jeden zwoj zwojnicy pierwotnej, gdy w niej przebiega prąd, równy jednostce i objęty przez jeden zwoj którejkolwiek zwojnicy.

Zgodnie z określeniem współczynników samoindukcji i indukcji wzajemnej, znajdziemy:

$$L_1 = N_1 \cdot n_1 \cdot n_1,$$

$$M = N_1 \cdot n_1 \cdot n_2,$$

stąd:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1 \cdot n_1 \cdot n_1}{N_1 \cdot n_1 \cdot n_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Wzór ten wskazuje, że wartości czynne napięć na zwojnicach mają się do siebie, jak liczby zwojów odpowiednich zwojnic.

W praktyce jest rzeczą ważną zdać sobie sprawę z układu wektorów napięcia, prądu i strumienia magnetycznego.

Jeżeli prąd wyrazimy wzorem:

$$i_{0t} = \bar{i} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T},$$

to mając na uwadze wywody rozdziału XIII § 5:

$$e_t = e \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} + \varphi \right).$$



Ze wzoru (1) w paragrafie niniejszym, uwzględniając, że  $e_2 = E_2$ , otrzymamy:

$$e_{2t} = -z \pi M \cdot \bar{i}_0 \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T}.$$

Ponieważ:

$$-\cos \frac{2 \pi t}{T} = \sin \left( \frac{2 \pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

przeto:

$$e_{2t} = z \pi M \cdot \bar{i}_0 \cdot \sin \left( \frac{2 \pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

albo:

$$e_{2t} = \bar{e}_2 \cdot \sin \left( \frac{2 \pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right).$$

Strumień magnetyczny jest co do fazy zgodny z prądem, który go wywołuje,<sup>1)</sup> więc:

$$N_{0t} = \bar{N}_0 \cdot \sin \frac{2 \pi t}{T}.$$

Na zasadzie równań powyższych otrzymamy układ wektorów, pokazany na rysunku 227.

Przejdźmy teraz do przypadku, wskazanego na rys. 226. Zwojnica wtórna tworzy obwód zamknięty, a zatem przebiega w niej również prąd zmienny.

Założmy narazie, że zwojnice są bardzo blisko przysunięte do siebie; wtedy można przyjąć w przybliżeniu, że wszystkie zwoje jednej i drugiej zwojnicy obejmują ten sam strumień magnetyczny  $N_t$  w chwili  $t$ . Strumień ten wywołują obie zwojnice, których amperozwoje oznaczymy przez  $n_1 \cdot i_{1t}$  i  $n_2 \cdot i_{2t}$ . Jeżeli opór magnetyczny obwodu, w którym przebiega strumień magnetyczny, wynosi  $R$ , to:<sup>2)</sup>

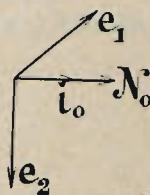
$$N_t = \frac{1,25 \cdot (n_1 \cdot i_{1t} + n_2 \cdot i_{2t})}{R}.$$

Sumę  $n_1 \cdot i_{1t} + n_2 \cdot i_{2t}$  oznaczymy przez  $n_1 \cdot i'_{1t}$ , a prąd  $i'_{1t}$  będziemy nazywali prądem magnesującym. Wtedy:

$$N_t = \frac{1,25 \cdot n_1 \cdot i'_{1t}}{R}.$$

Gdy opór  $R$  jest wielkością stałą, co w wielu przypadkach można przyjąć, to, oznaczając  $\frac{1,25 \cdot n_1}{R}$  przez  $K$ , otrzymamy:

$$N_t = K \cdot i_{1t}.$$



Rys. 227.

<sup>1)</sup> Przyjmujemy, że nie ma histerezy; patrz rozdz. XXV § 3.

<sup>2)</sup> Patrz rozdział VII.

Jeżeli więc:

$$N_t = \bar{N} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}, \quad (2)$$

to:

$$i'_{1t} = K \cdot \bar{N} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Założmy następnie, że obwód wtórny nie tworzy linii magnetycznych, nie skojarzonych ze zwojnicą pierwotną. Oznaczmy przez  $E_{2t}$  siłę elektromotoryczną w zwojnicy wtórnej, a przez  $r_2$  opór całego obwodu wtórnego.

Prąd wtórny wyznaczmy ze wzoru:

$$i_{2t} = \frac{E_{2t}}{r_2},$$

$$E_{2t} = - \frac{d N_t}{d t} \cdot n_2 = - \bar{N} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot n_2 \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

więc:

$$i_{2t} = - \frac{\bar{N}}{r_2} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot n_2 \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

$$- \cos \frac{2\pi t}{T} = \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

przeto:

$$i_{2t} = \frac{\bar{N}}{r_2} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot n_2 \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

albo:

$$i_{2t} = \bar{i}_2 \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right). \quad (3)$$

Prąd w zwojnicy pierwotnej znajdziemy w sposób następujący: Według poprzednich założeń:

$$n_1 \cdot i_{1t} + n_2 \cdot i_{2t} = n_1 \cdot i'_{1t},$$

przeto:

$$n_1 \cdot i_{1t} = n_1 \cdot i'_{1t} - n_2 \cdot i_{2t},$$

albo:

$$i_{1t} = i'_{1t} - \frac{n_2}{n_1} \cdot i_{2t}.$$

Podstawiając wartości dla  $i'_{1t}$  i  $i_{2t}$  z równań poprzednich, otrzymamy:

$$i_{1t} = K \cdot \bar{N} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} - \frac{n_2^2}{n_1} \cdot \frac{\bar{N}}{r_2} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right),$$

albo krócej:

$$i_{1t} = \bar{i}'_1 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} - \frac{n_2}{n_1} \cdot \bar{i}_2 \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right). \quad (4)$$

Wzór ten wskazuje, że prąd  $i_{1t}$  jest różnicą geometryczną prądów:  $i'_{1t}$  i  $\frac{n_2}{n_1} \cdot i_{2t}$ .





Założmy, że końcówki zwojnicy wtórnej są połączone oporem bezindukcyjnym  $r'_2$ ; przy prądzie  $i_2$ , napięcie wtórne będzie:

$$e_2 = i_2 \cdot r'_2,$$

w fazie z prądem.

Oznaczmy przez  $r''$  opór zwojnicy wtórnej, a przez  $E_2$  i  $E'_2$  siły elektromotoryczne, wywołane strumieniami magnetycznymi  $N$  i  $N_2$ ; wtedy według prawa Ohma napięcie na końcówkach  $cd$  możemy wyrazić wzorem:

$$e_{2t} = i_{2t} \cdot r''_2 - E_{2t} - E'_{2t}.$$

Zwojnica wtórna jest źródłem prądu, przeto kierunek dodatni napięcia w tym razie

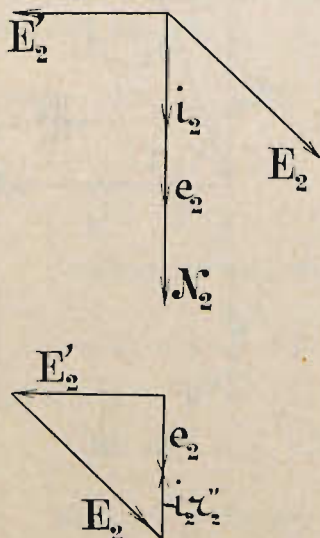
jest odwrotny względem tego, jaki przyjmujemy za dodatni w odbieraczu. Mając to na uwadze, piszemy wzór powyższy ze znakami odwrotnymi:

$$e_{2t} = -i_{2t} \cdot r''_2 + E_{2t} + E'_{2t}. \quad (7)$$

Gdy oznaczymy siły elektromotoryczne, wywołane strumieniami magnetycznymi  $N$  i  $N_1$  w pierwotnej zwojnicy przez  $E_1$  i  $E'_1$ , to w podobny sposób otrzymamy wyraz napięcia na końcówkach zwojnicy pierwotnej:

$$e_{1t} = i_{1t} \cdot r_1 - E_{1t} - E'_{1t}. \quad (8)$$

Według przytoczonych równań można wszystkie omawiane wielkości przedstawić wykreślnie za pomocą wektorów pochyłonych jeden względem drugiego pod odpowiednie kąty.



Rys. 230 i 231.

Na rys. 230 wskazane są wektory:  $i_2$ ,  $e_2$ ,  $N_2$ ,  $E'_2$  i  $E_2$ .<sup>1)</sup> Trójkąt na rys. 231 wykreślony jest na podstawie równania (7).

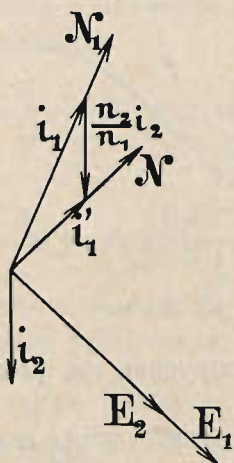
Na rys. 232 wskazany jest kierunek wektorów  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i'_1$ ,  $N$ ,  $N_1$ ,  $E_2$  i  $E_1$ . Trójkąt prądów jest zbudowany na zasadzie równania (4).

Według kierunku wektora  $N_1$  znajdujemy położenie wektora  $E'_1$  i na zasadzie równania (8) wykreślamy wielobok na rys. 233.

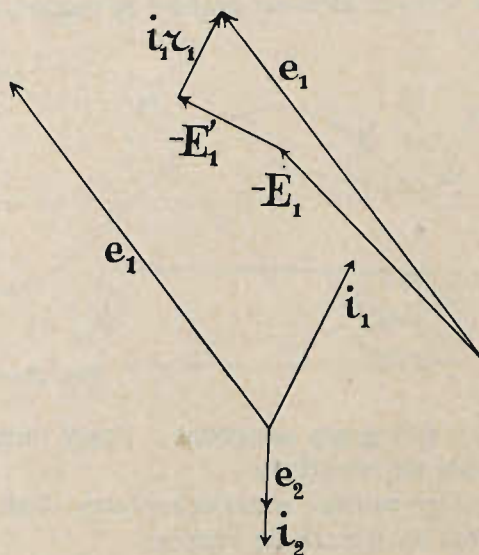
<sup>1)</sup> Na podstawie wzorów dla elektromotorycznej siły indukcji wypada, że siła ta spóźnia się w fazie o ćwierć okresu względem strumienia magnetycznego, który ją wywołuje.



Układ najważniejszych wektorów  $e_1, i_1, i_2, e_2$  wskazany jest na rys. 234. Prądy tworzą tu kąt bliski do  $180^\circ$ .



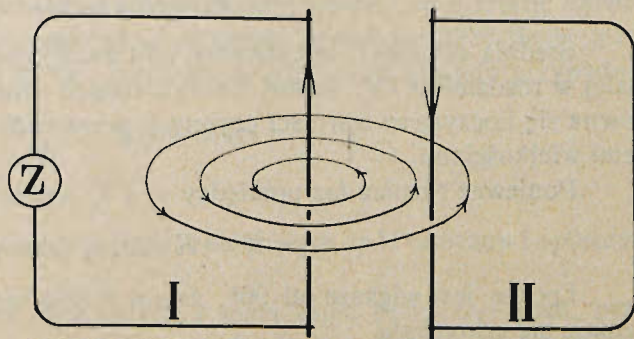
Rys. 232.



Rys. 233 i 234.

4. Działanie mechaniczne prądów pierwotnych na wtórne. Rozważmy dwa obwody, z których tylko I-szy ma źródło prądu  $Z$  (rys. 235). Gdy w pierwszym obwodzie prąd wzrasta, to w obwodzie drugim powstaje prąd indukcyjny, który wytworzy linie sił przeciwdziałające tym, jakie doń wchodzi. W tych warunkach mamy dwa prądy idące, jak widać na rysunku, w różne strony, a takie prądy, jak wiemy, wzajemnie się odpychają (patrz rozdział XVIII § 7). Gdyby siła prądu w pierwszym obwodzie zmniejszała się, to prąd, wzbudzony w drugim obwodzie, miałby kierunek odwrotny i byłby przyciągany przez prąd obwodu pierwszego.

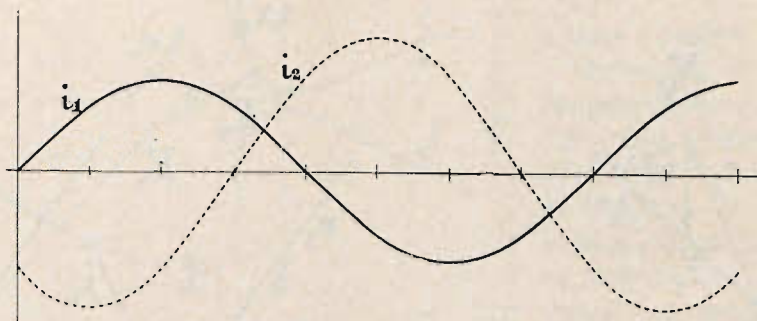
W praktyce większe znaczenie posiadają dwie zwojnice (rys. 229), w których przebiegają prądy zmienne sinusoidalnie.



Rys. 235.

Z rozważań poprzedniego paragrafu, a w szczególności z wykresów na rys. 230 do 234 łatwo spostrzedz, że różnica faz prądów  $i_1$  i  $i_2$  zależy przede wszystkim od odległości zwojnic i od własności samoindukcyjnych zwojnicy wtórnej. Zawsze jednak prąd  $i_2$  spóźnia się względem prądu  $i_1$  więcej niż o ćwierć okresu, sinusoidy tych prądów będą się więc przedstawiały tak, jak to wskazano

na rys. 236. Zastanawiając się nad tym układem prądów, spostrzegamy, że cząstki czasu, w których mają one kierunki różne, są znacznie dłuższe od tych cząstek czasu, w których kierunki prądów są zgodne, pozatem wielkość prądów jest mniej-



Rys. 236.

sza wtedy, gdy prądy są zgodne. Prądy niezgodne odpychają się, powyższe więc prądy będą się odpychały.

Do tego samego wniosku możemy dojść przez bardziej ściśle rozumowanie. Jeżeli prąd  $i_1$ , wyraża się wzorem:

$$i_{1t} = \bar{i} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T},$$

to wzór dla prądu  $i_{2t}$  wypadnie:

$$i_{2t} = \bar{i} \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi \right),$$

a siła współdziałania prądów  $i_1$  i  $i_2$ , jak wiemy z rozdziału XVIII § 7, wyrazi się w chwili  $t$  wzorem:

$$F_t = K \cdot i_{1t} \cdot i_{2t}.$$

Średnią zaś siłę  $F$  znajdziemy, gdy uwzględnimy wynik wywodów, podanych dalej w rozdziale XXV: średni iloczyn dwóch sinusoidalnie zmiennych wielkości równa się iloczynowi wartości czynnych przez cosinus kąta różnicy faz pomiędzy temi wielkościami.

Ponieważ różnica faz pomiędzy  $i_1$  i  $i_2$  wynosi  $\varphi$ , przeto:

$$F = K \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \cos \varphi.$$

Lecz  $\varphi$  jest większe od  $90^\circ$ , zatem  $F$  jest ujemne; oznacza to, że prądy wzajemnie się odpychają.

Jeśli by obwód wtórny posiadał samoindukcję dodatkową, to  $i_2$  spóźniałoby się względem  $e_2$ , i kąt  $\varphi$  byłby jeszcze większy, siła więc odpychająca  $F$  wzrosłaby jeszcze bardziej.

**5. Pierścień w polu magnetycznym zmiennym.** Na szczególną uwagę zasługuje powstawanie prądów indukcyjnych w pierścieniu, umieszczonym w polu magnetycznym zmiennym (rys. 237), wywołanym przez prąd zwojnicy, którą zasilają źródło  $Z$ .



Załóżmy, że strumień, objęty pierścieniem, wynosi  $N_t$  i zmienia się sinusoidalnie:

$$N_t = \bar{N} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

W pierścieniu powstanie wtedy siła elektromotoryczna:

$$E_t = - \frac{dN_t}{dt} = - \bar{N} \cdot z \cdot \pi \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

albo:

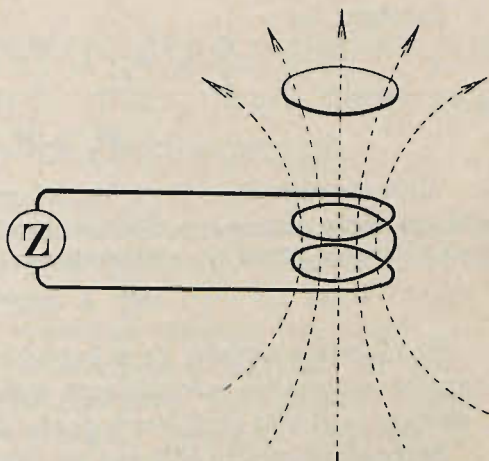
$$E_t = N \cdot z \cdot \pi \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{2} \right).$$

Maksymalna wielkość tej siły elektromotorycznej będzie:

$$E = N \cdot z \cdot \pi,$$

a wartość czynna:

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \bar{N} \cdot z \cdot \pi = 2,22 \cdot z \cdot \bar{N}.$$



Rys. 237.

Przykład liczbowy. Niech będzie  $\bar{N} = 2 \cdot 10^6$  c. g. s.,  $z = 100$  zmian na sekundę.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 3,14 = 4,45 \cdot 10^8 \text{ c. g. s.} = \\ &= 4,45 \text{ wolta.} \end{aligned}$$

Tej wielkości siła elektromotoryczna, ze względu wprost na symetrię układu, będzie bezwątpienia rozłożona jednostajnie po całym obwodzie pierścienia; jeżeli więc np. pierścień ma średnicę 20 cm, to na każdy centymetr obwodu przypadnie:

$$\frac{4,45}{\pi 20} = 0,071 \text{ wolta.}$$

Prąd w tym pierścieniu obliczylibyśmy, znając jego opór omiczny i współczynnik samoindukcji.

Przechodząc do wielkości chwilowych i oznaczając przez  $i_t$  — prąd, przez  $E_{st}$  — siłę elektromotoryczną samoindukcji w chwili  $t$  i wreszcie opór omiczny całego obwodu pierścienia przez  $r$ , otrzymamy według prawa Ohma równanie:

$$i_t = \frac{E_t + E_{st}}{r},$$

albo:

$$E_t + E_{st} = i_t \cdot r.$$

Siły elektromotoryczne i opór są rozłożone jednostajnie wzdłuż całego ob-

